

THÉORÈME DE THALÈS

Fiche méthode – Aide-mémoire

OBJECTIFS

Reconnaître les principales configurations de Thalès, calculer une longueur, utiliser la contraposée pour exclure un parallélisme et la réciproque pour le démontrer.

1. Théorème de Thalès

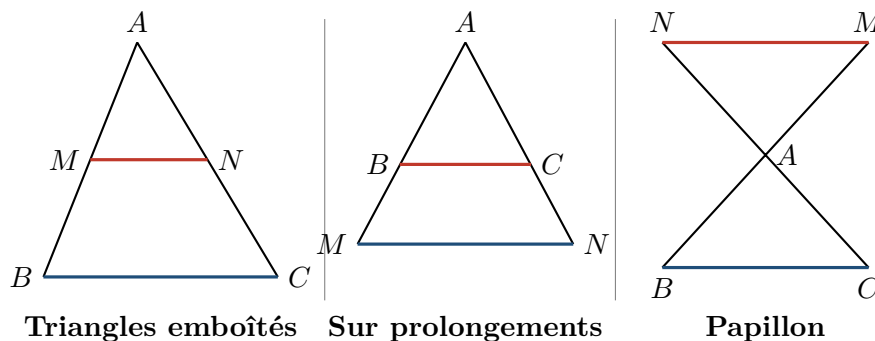
Si les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si

$$(MN) \parallel (BC),$$

alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

2. Les configurations à reconnaître



Réflexe avant d'écrire les rapports

1. Repérer le point d'intersection des deux droites.
2. Identifier les alignements.
3. Repérer les deux droites parallèles.
4. Associer les côtés correspondants dans le même ordre.

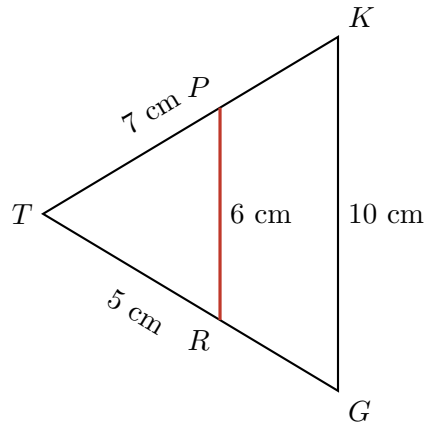
3. Exemple 1 : calcul de longueurs

On a :

$$P \in [TK], \quad R \in [TG], \quad (PR) \parallel (KG)$$

avec

$$TK = 7 \text{ cm}, \quad TR = 5 \text{ cm}, \quad PR = 6 \text{ cm}, \quad KG = 10 \text{ cm}.$$



D'après Thalès :

$$\frac{TP}{TK} = \frac{TR}{TG} = \frac{PR}{KG}.$$

Donc :

$$TP = \frac{7 \times 6}{10} = \boxed{4,2 \text{ cm}}$$

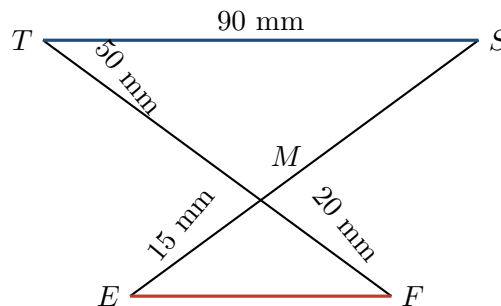
et

$$TG = \frac{5 \times 10}{6} \approx \boxed{8,3 \text{ cm}}.$$

4. Exemple 2 : configuration papillon

Les droites (ES) et (TF) sont sécantes en M et

$$(EF) \parallel (TS).$$



D'après Thalès :

$$\boxed{\frac{ME}{MS} = \frac{MF}{MT} = \frac{EF}{ST}}$$

Avec

$$ME = 15, \quad MF = 20, \quad MT = 50, \quad ST = 90,$$

on obtient :

$$MS = \frac{50 \times 15}{20} = \boxed{37,5 \text{ mm}}$$

et

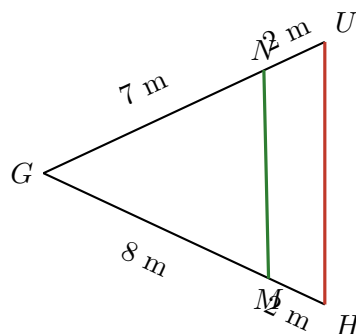
$$EF = \frac{90 \times 20}{50} = \boxed{36 \text{ mm}}.$$

5. Contraposée de Thalès

Si :

$$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC},$$

alors les droites correspondantes ne sont pas parallèles.



$$\frac{GN}{GU} = \frac{7}{10} \quad \text{et} \quad \frac{GM}{GH} = \frac{2}{8}.$$

Or :

$$7 \times 10 = 70 \neq 72 = 9 \times 8.$$

Donc, par contraposée :

$$(NM) \not\parallel (HU).$$

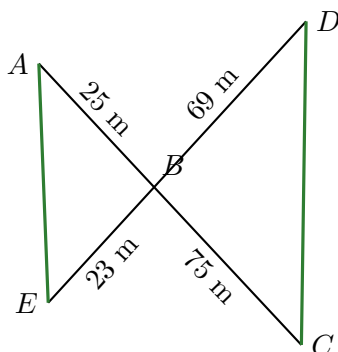
6. Réciproque de Thalès

Si les points sont alignés dans le même ordre et :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC},$$

alors :

$$(MN) \parallel (BC).$$



$$\frac{BA}{BC} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$$

et

$$\frac{BE}{BD} = \frac{23}{69} = \frac{1}{3}.$$

Les rapports étant égaux et les points étant correctement alignés dans le même ordre :

$$(AE) \parallel (DC).$$

ERREURS À ÉVITER

- Théorème : le parallélisme est connu et on calcule des longueurs.
- Réciproque : on veut démontrer le parallélisme.
- Contraposée : des rapports différents permettent d'exclure le parallélisme.
- Pour comparer des fractions, privilégier les valeurs exactes ou les produits en croix.

MÉMO EXPRESS

Parallèles $\Rightarrow$ Thalès $\Rightarrow$ longueurs

Rapports différents $\Rightarrow$ contraposée $\Rightarrow$ non parallèles

Rapports égaux + ordre correct $\Rightarrow$ réciproque $\Rightarrow$ parallèles