

THÉORÈME DE THALÈS

Les deux configurations – Théorème – Réciproque

OBJECTIF

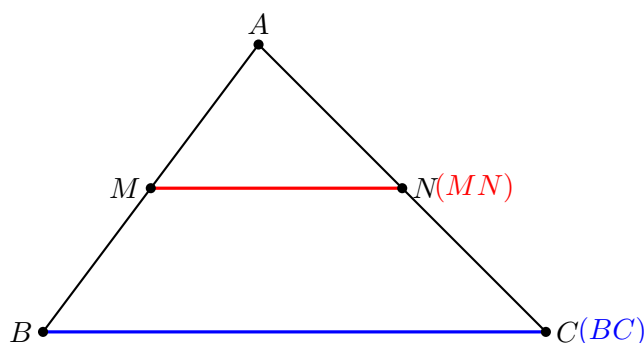
Le théorème de Thalès permet de **calculer une longueur** lorsque deux droites sécantes sont coupées par deux droites parallèles.

La réciproque du théorème de Thalès permet de **démontrer que deux droites sont parallèles**.

1. Les deux configurations de Thalès

Il existe deux configurations classiques à savoir reconnaître.

Configuration 1 : triangles emboîtés



On a :

A, M, B alignés

A, N, C alignés

et

$(MN) \parallel (BC)$.

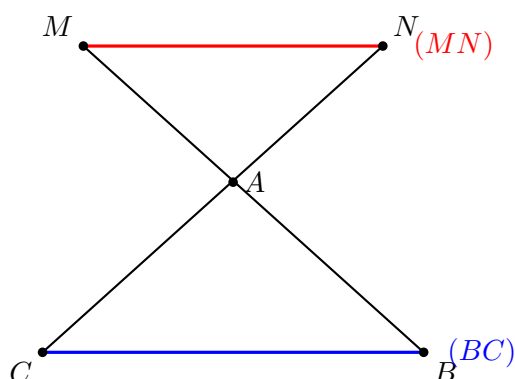
Les triangles concernés sont :

$\triangle AMN$ et $\triangle ABC$.

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Configuration 2 : configuration “papillon”



Dans cette configuration :

M, A, B sont alignés

N, A, C sont alignés

et

$$(MN) \parallel (BC).$$

Même si les triangles sont placés de part et d'autre du point A , le théorème de Thalès s'applique exactement de la même manière :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ASTUCE IMPORTANTE

La figure peut changer, mais la correspondance des côtés reste la même :

$$AM \longleftrightarrow AB$$

$$AN \longleftrightarrow AC$$

$$MN \longleftrightarrow BC$$

Il faut donc toujours comparer les **côtés correspondants**.

2. Quand puis-je utiliser le théorème de Thalès ?

Avant d'utiliser Thalès, je vérifie deux choses.

1	Deux couples de points sont alignés avec un même point d'intersection.
2	Les deux autres droites sont parallèles.

Par exemple :

A, M, B sont alignés

A, N, C sont alignés

et

$$(MN) \parallel (BC).$$

Alors je peux utiliser Thalès.

3. Calculer une longueur avec Thalès

On suppose que :

A, M, B sont alignés,

A, N, C sont alignés,

et

$$(MN) \parallel (BC).$$

On donne :

$$AM = 3 \text{ cm}, \quad AB = 5 \text{ cm}, \quad AC = 10 \text{ cm}.$$

On cherche AN .

ÉTAPE 1 – J'écris les conditions

Les points A, M, B sont alignés.

Les points A, N, C sont alignés.

Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

ÉTAPE 2 – J'utilise Thalès

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

Comme je cherche AN , je garde les deux rapports utiles :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}.$$

ÉTAPE 3 – Je remplace par les valeurs

$$\frac{3}{5} = \frac{AN}{10}.$$

ÉTAPE 4 – Je calcule

Par produit en croix :

$$5 \times AN = 3 \times 10.$$

Donc :

$$AN = \frac{3 \times 10}{5}.$$

Ainsi :

$$\boxed{AN = 6 \text{ cm}}$$

4. La réciproque du théorème de Thalès

RÉCIPROQUE DE THALÈS

La réciproque de Thalès sert à répondre à la question :

“Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?”

Si les points sont correctement alignés dans le même ordre et si :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

alors :

$$(MN) \parallel (BC)$$

5. Méthode pour utiliser la réciproque

ÉTAPE 1 – Je vérifie les alignements

Je vérifie que :

A, M, B sont alignés

et que

A, N, C sont alignés.

Je vérifie également que les points sont placés dans le **même ordre** sur les deux droites.

ÉTAPE 2 – Je calcule séparément les deux rapports

Par exemple :

$$AM = 3, \quad AB = 5,$$

$$AN = 6, \quad AC = 10.$$

Je calcule :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}.$$

Puis :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

ÉTAPE 3 – Je compare

On obtient :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}.$$

Les rapports sont donc égaux.

ÉTAPE 4 – Je conclus

Les points A, M, B sont alignés.

Les points A, N, C sont alignés dans le même ordre.

De plus :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}.$$

Donc, d'après la **réci-proque du théorème de Thalès** :

$$(MN) \parallel (BC)$$

6. Ne pas confondre théorème et réciproque

THÉORÈME DE THALÈS	RÉCIPROQUE DE THALÈS
Je sais que les droites sont parallèles. $(MN) \parallel (BC)$	Je veux montrer que les droites sont parallèles. Je compare : $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$
Je cherche généralement une longueur .	Je cherche à démontrer un parallélisme .
Parallèles $\Rightarrow$ rapports égaux	Rapports égaux $\Rightarrow$ parallèles

7. Comment savoir quoi faire dans un exercice ?**QUESTION À ME POSER**

L'énoncé me dit que deux droites sont parallèles ?

OUI

Je pense au **théorème de Thalès** pour calculer une longueur.

Parallèles $\Rightarrow$ Rapports

L'énoncé me demande de montrer que deux droites sont parallèles ?

OUI

Je pense à la **réci-proque du théorème de Thalès**.

Rapports égaux $\Rightarrow$ Parallèles

ERREURS À ÉVITER

- Ne pas utiliser le théorème de Thalès sans avoir des droites parallèles.
- Ne pas utiliser la réciproque sans vérifier les alignements et l'ordre des points.
- Ne jamais mélanger les côtés correspondants.
- Toujours écrire les rapports dans le même ordre.
- Ne pas écrire immédiatement un produit en croix : commencer par écrire l'égalité des rapports.
- Ne pas oublier l'unité lorsqu'on calcule une longueur.

MÉMO EXPRESS**THALÈS EN 10 SECONDES**

Deux configurations possibles :

Triangles emboîtés ou Papillon

Je connais les parallèles et je cherche une longueur :

THÉORÈME DE THALÈS

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Je cherche à montrer que deux droites sont parallèles :

RÉCIPROQUE DE THALÈS

Je calcule séparément :

$$\frac{AM}{AB} \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AC}.$$

S'ils sont égaux et si les points sont correctement alignés :

$$(MN) \parallel (BC)$$

Phrase magique à retenir :

Parallèles $\Rightarrow$ Thalès $\Rightarrow$ calculer une longueur
 Rapports égaux $\Rightarrow$ Réciproque $\Rightarrow$ prouver le parallélisme